

Conferenza dei Presidi delle Facoltà di Scienze e Tecnologie

Prova nazionale di ingresso ai corsi di laurea scientifici del 10 settembre 2008

Analisi delle domande del modulo "matematica di base"

Il modulo "matematica di base", nella prova del 10 settembre 2008, è stato sostenuto da 13312 studenti, dei quali 3479 affrontavano una prova di selezione per un corso di laurea con accesso a numero programmato e 9833 sostenevano una verifica delle conoscenze richieste per l'ingresso, secondo quanto previsto dall'articolo 6, comma 2 del D.M. 270/04. Le domande di tale modulo sono state utilizzate anche nell'Università di Torino (489 studenti), nonché a Roma "La Sapienza" (3587 studenti)

In questo rapporto si riportano le percentuali di risposta per ciascuna domanda (item) del modulo e per ciascuna opzione di risposta (distrattore). Per ciascuna domanda si riportano anche i parametri dell'analisi classica degli item. Di tali parametri si ricordano brevemente la definizione e il significato.

Per una descrizione più dettagliata della popolazione, nonché dei risultati del test relativi ai diversi atenei e tipologie di corsi di laurea, si rimanda al rapporto "Analisi statistica della prova nazionale di ingresso ai corsi di laurea scientifici del 10 settembre 2008". Qui ci limitiamo a riportare la suddivisione percentuale per Regione e per tipo di scuola di provenienza.

Suddivisione percentuale della popolazione per regione di provenienza

Abruzzo	1.6%	Basilicata	0.7%	Calabria	8.1%
Campania	25.7%	Emilia Romagna	0.01%	Friuli Venezia Giulia	0.01%
Lazio	9.1%	Liguria	2.8%	Lombardia	6.5%
Marche	0.3%	Molise	0.5%	Piemonte	0.8%
Puglia	1.6%	Sardegna	10.6%	Sicilia	14.5%
Toscana	9.9%	Trentino Alto Adige	1.8%	Umbria	0.3%
Valle d'Aosta	0.0%	Veneto	3.1%	Altra Nazione	0.4%

Suddivisione percentuale della popolazione per scuola di provenienza

Classico	Scientifico	Altro liceo	ITIS	ITC-G	IPSIA	Altro
14%	51%	9%	11%	8%	3%	3%

Suddivisione delle domande per argomento

Argomento	Numero
Numeri	5
Algebra	3
Geometria	3
Funzioni e Grafici	3
Probabilità e combinatoria	1
LDRPM	10
Totale	25

LDRMP = Linguaggio, Deduzione, Rappresentazioni, Modellizzazione, Problemi

La suddivisione in argomenti si riferisce al syllabus per il modulo *Matematica di base*, disponibile all'indirizzo web:

<http://www.mat.uniroma1.it/people/rogora/PresentazioneSyllabus/>

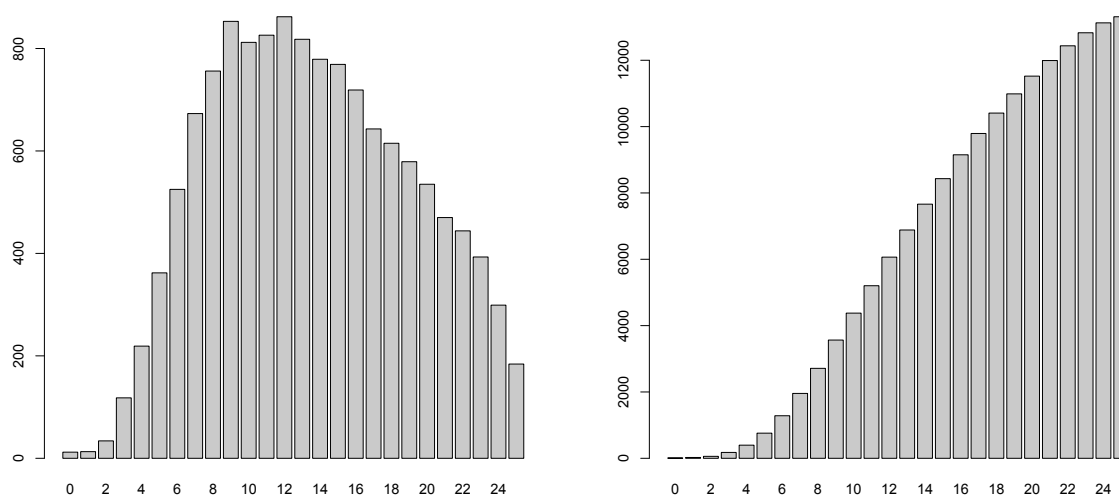
L'indice di difficoltà di ogni domanda, ovvero la percentuale delle risposte esatte, viene riportata nella tabella allegata ad ogni domanda e nella tabella riassuntiva. Le domande con indice di

difficoltà maggiore sono le più facili. Ordinando le domande per percentuale di risposte esatte crescente si ottiene il ranking riportato nella tabella riassuntiva e nelle tabelle allegate ad ogni singola domanda. In questo ranking la prima domanda è la più difficile e l'ultima la più facile. Diremo *Difficili* le prime otto domande in questo ranking, *Facili* le ultime otto e *Medie* le nove restanti. La distribuzione delle domande facili, medie e difficili per argomento è riportata nella seguente tabella.

Tabella a due entrate Difficoltà/Argomento

	Alg	Funz	Num	Geom	LDRMP	Prob
Facile	1	1	2	0	1	0
Media	1	1	2	3	4	1
Difficile	1	1	1	0	5	0

Risultati dell'analisi classica del test



Istogramma dei punteggi e distribuzione cumulativa

Tabella percentuale dei punteggi e delle somme cumulative

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
0.1	0.1	0.3	0.9	1.6	2.7	3.9	5.1	5.7	6.4	6.1	6.2	6.5
0.1	0.2	0.4	1.3	3.0	5.7	9.6	14.7	20.4	26.8	32.9	39.1	45.6
13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
6.1	5.9	5.8	5.4	4.8	4.6	4.3	4.0	3.5	3.3	3.0	2.2	1.4
51.7	57.6	63.3	68.7	73.6	78.2	82.5	86.6	90.1	93.4	96.4	98.6	100.0

Indice di Cronbach: misura l'affidabilità di un test. Nel nostro caso vale 0.85. Nella pratica tale indice è considerato molto soddisfacente.

Nella tabella riassuntiva e nelle tabelle allegate ad ogni domanda sono riportati i valori delle seguenti statistiche.

ID: difficoltà dell'item. Indica la percentuale delle risposte esatte. Più è alta e più la domanda è facile.

PBI e PBE: correlazione della risposta ad ogni item con il punteggio complessivo. Alla domanda i -esima si associa il carattere X_i sulla popolazione dei candidati. X_i vale 1 se il candidato ha risposto correttamente all'item i -esimo e 0 altrimenti. Il punteggio Y è dato dalla formula $Y = \sum_{i=1}^{25} X_i$, in quanto non erano previste penalizzazioni per le risposte errate. Conviene considerare anche i punteggi $Z_i = \sum_{j \neq i} X_j$ che si ottengono eliminando dal punteggio il contributo di un item alla volta. L'indice PBI esprime la correlazione tra X_i e Y , l'indice PBE, quella tra X_i e Z_i . Entrambi assumono valori compresi tra -1 e 1. Nella pratica si considerano buone le domande aventi indice di correlazione maggiore di 0.3 e abbastanza buone quelle con indice di correlazione compreso tra 0.2 e 0.3.

IDis: indice di discriminazione: Per definire questo indice si suddivide la popolazione in due sottogruppi. Il sottogruppo G1 costituito dal 27% degli individui che hanno ottenuto i punteggi migliori e il sottogruppo G2 costituito dal 27% degli individui che hanno ottenuto i punteggi peggiori. Per ogni item si calcola la percentuale p_1 degli studenti del gruppo G1 che hanno risposto correttamente all'item e la percentuale p_2 degli studenti del gruppo G2 che hanno risposto correttamente all'item. Si definisce

$$\text{IDis} = p_1 - p_2.$$

IDis è compreso tra -1 e 1. Nella pratica si considerano buone le domande aventi indice IDis maggiore di 0.4 e abbastanza buone quelle con indice di correlazione compreso tra 0.25 e 0.4.

Tabella riassuntiva

Ranking	Item	ID	PBI	PBE	IDis
1	18	0.29	0.48	0.41	0.46
2	4	0.33	0.44	0.37	0.46
3	21	0.35	0.47	0.39	0.48
4	22	0.35	0.33	0.35	0.33
5	16	0.36	0.42	0.34	0.43
6	25	0.37	0.46	0.38	0.48
7	9	0.39	0.56	0.49	0.61
8	8	0.44	0.56	0.49	0.64
9	2	0.45	0.36	0.25	0.40
10	15	0.47	0.50	0.42	0.56
11	14	0.52	0.56	0.50	0.65
12	7	0.54	0.52	0.45	0.60
13	12	0.55	0.42	0.34	0.46
14	20	0.57	0.43	0.35	0.48
15	3	0.58	0.44	0.37	0.50
16	10	0.60	0.57	0.51	0.66
17	13	0.61	0.60	0.54	0.70
18	5	0.64	0.44	0.37	0.49
19	6	0.68	0.45	0.37	0.48
20	11	0.68	0.49	0.43	0.53
21	24	0.70	0.41	0.34	0.43
22	1	0.73	0.49	0.42	0.50
23	19	0.77	0.39	0.32	0.36
24	17	0.79	0.44	0.37	0.40
25	23	0.81	0.36	0.29	0.32

DOMANDE

1. Il numero

$$\left(\sqrt{3}\right)^{10}$$

è uguale a

- A $\sqrt{3^5}$
- B 3^5 [*]
- C $\sqrt[20]{3}$
- D $\sqrt[10]{3}$

Argomento: Numeri [Radici]

Analisi dei distrattori

.	A	B(*)	C	D
0.01	0.08	0.73	0.06	0.08

Analisi classica dell'Item

ID	PBI	PBE	IDis	Ranking
0.73	0.49	0.42	0.50	22

2. L'espressione

$$\frac{-2^{-2}}{\frac{3}{4}}$$

è uguale a:

- A $\frac{1}{3}$
- B $\frac{16}{3}$
- C $-\frac{1}{3}$ [*]
- D $-\frac{3}{16}$

Argomento: Numeri [Frazioni, potenze]

Analisi dei distrattori

.	A	B	C(*)	D
0.01	0.31	0.18	0.45	0.04

Analisi classica dell'Item

ID	PBI	PBE	IDis	Ranking
0.45	0.36	0.25	0.40	9

3. Sono dati i numeri reali $a = 5\sqrt{10}$, $b = \sqrt{190}$, $c = 2\sqrt{51}$. Quale delle seguenti è vera?

- A $c < a < b$
- B $a < b < c$
- C $c < b < a$

D $b < c < a$ [*]

Argomento: Numeri [Calcolo approssimato]

Analisi dei distrattori

.	A	B	C	D(*)
0.03	0.14	0.11	0.13	0.58

Analisi classica dell'Item

ID	PBI	PBE	IDis	Ranking
0.58	0.44	0.37	0.50	15

4. Le misure dei lati di un rettangolo vengono ridotte del 20%. Di quanto diminuisce in percentuale l'area del rettangolo?

- A** 40%
B 36% [*]
C 64%
D 20%

Argomento: Numeri [Percentuali]

Analisi dei distrattori

.	A	B(*)	C	D
0.03	0.27	0.33	0.15	0.21

Analisi classica dell'Item

ID	PBI	PBE	IDis	Ranking
0.33	0.44	0.37	0.46	2

5. Sappiamo che H è un insieme di numeri interi positivi. Se in H non c'è alcun numero dispari, allora siamo certi che in H non c'è alcun numero che sia

- A** un multiplo di 3
B una potenza di 5 [*]
C divisibile per 7 e per 11
D il quadrato di un altro numero

Argomento: Numeri

Analisi dei distrattori

.	A	B(*)	C	D
0.01	0.08	0.64	0.22	0.06

Analisi classica dell'Item

ID	PBI	PBE	IDis	Ranking
0.64	0.44	0.37	0.49	18

6. Le soluzioni dell'equazione $1 + 3x - 2x^2 = 0$ sono

- A** $\frac{3 \pm \sqrt{17}}{2}$

- B** $\frac{-3 \pm \sqrt{17}}{4}$
- C** $\frac{3 \pm \sqrt{17}}{4}$ [*]
- D** $\frac{-3 \pm \sqrt{17}}{2}$

Argomento: Algebra [Equazioni di secondo grado]

Analisi dei distrattori

.	A	B	C(*)	D
0.01	0.05	0.17	0.68	0.09

Analisi classica dell'Item

ID	PBI	PBE	IDis	Ranking
0.68	0.45	0.37	0.48	19

7. Sia $a < 0$; per quali valori di x si ha

$$\frac{a}{2-x} > 0 ?$$

- A** $x > 2$ [*]
- B** $x < 2$
- C** $x \neq 2$
- D** Dipende dal valore di a

Argomento Algebra [Disequazioni]

Analisi dei distrattori

.	A(*)	B	C	D
0.02	0.54	0.22	0.13	0.09

Analisi classica dell'Item

ID	PBI	PBE	IDis	Ranking
0.54	0.52	0.45	0.60	12

8. Se

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f},$$

con p, q, f diversi da 0, allora p è uguale a

- A** $\frac{fq}{q-f}$ [*]
- B** $f - q$
- C** $\frac{1}{f} - \frac{1}{q}$
- D** $\frac{f}{q}$

Argomento: Algebra [Trasformazioni di espressioni algebriche]

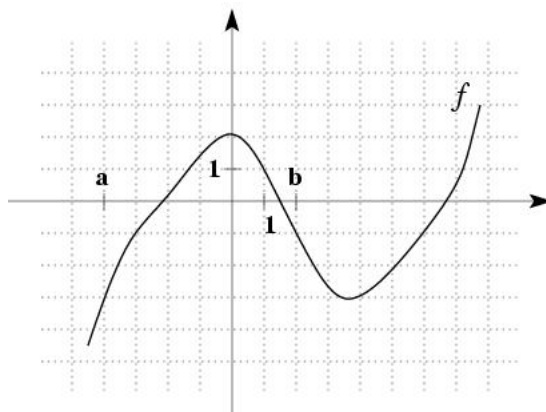
Analisi dei distrattori

.	A(*)	B	C	D
0.02	0.44	0.29	0.16	0.08

Analisi classica dell'Item

ID	PBI	PBE	IDis	Ranking
0.44	0.56	0.49	0.64	8

9. In figura è rappresentato il grafico di una funzione f .



Quanto vale il rapporto $\frac{f(b) - f(a)}{b - a}$?

- A $-\frac{1}{3}$
- B 1
- C $\frac{1}{3}$ [*]
- D $-\frac{2}{3}$

Argomento: Funzioni e grafici [Linguaggio]

Analisi dei distrattori

.	A	B	C(*)	D
0.06	0.11	0.34	0.39	0.10

Analisi classica dell'Item

ID	PBI	PBE	IDis	Ranking
0.39	0.56	0.49	0.61	7

10. Quanto vale $\log_3 \frac{1}{9}$?

- A $\frac{1}{2}$
- B $\sqrt{2}$
- C -2 [*]
- D Non esiste

Argomento: Funzioni e grafici [Esponenziali e logaritmi elementari]

Analisi dei distrattori

.	A	B	C(*)	D
0.05	0.14	0.06	0.60	0.15

Analisi classica dell'Item

ID	PBI	PBE	IDis	Ranking
0.60	0.57	0.51	0.66	16

11. Sia f la funzione definita da $f(x) = x^3 + 8$. Per quale x si ha che $f(x)$ è il doppio del valore della funzione in $x = 0$?

A 16
B 0
C 2 [*]
D -2

Argomento: Funzioni e grafici

Analisi dei distrattori

.	A	B	C(*)	D
0.04	0.12	0.06	0.68	0.10

Analisi classica dell'Item

ID	PBI	PBE	IDis	Ranking
0.68	0.49	0.43	0.53	20

12. Qual è l'area del triangolo individuato nel piano cartesiano dall'asse delle x , dall'asse delle y e dalla retta di equazione $y = 3x - 2$?

A $\frac{2}{3}$ [*]
B $\frac{3}{4}$
C $\frac{3}{2}$
D $\frac{4}{3}$

Argomento: Geometria [Equazione della retta]

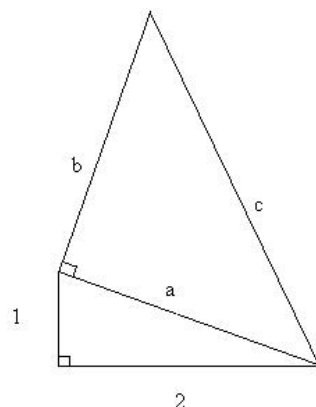
Analisi dei distrattori

.	A(*)	B	C	D
0.07	0.55	0.08	0.18	0.12

Analisi classica dell'Item

ID	PBI	PBE	IDis	Ranking
0.55	0.42	0.34	0.46	13

13. In figura sono rappresentati due triangoli rettangoli dei cui lati viene indicata la lunghezza. Sapendo che $a = b$, indica quanto vale c .
(I quadratini identificano gli angoli retti)



- A $\sqrt{6}$
- B $2\sqrt{5}$
- C $\sqrt{10}$ [*]
- D $2\sqrt{3}$

Argomento: Geometria [Teorema di Pitagora]

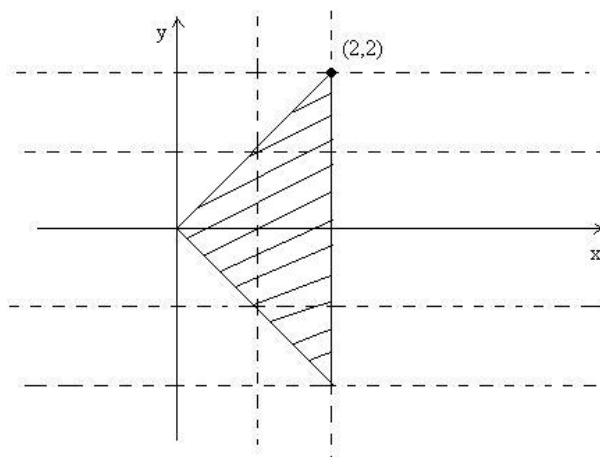
Analisi dei distrattori

.	A	B	C(*)	D
0.04	0.05	0.15	0.61	0.14

Analisi classica dell'Item

ID	PBI	PBE	IDis	Ranking
0.61	0.60	0.54	0.70	17

14. Una sola delle seguenti condizioni è vera per ogni punto (x,y) del triangolo evidenziato in figura. Quale?



- A $x \leq 1$
- B $y \geq 0$
- C $y \geq x$
- D $y \geq -x$ [*]

Argomento: Geometria [Piano cartesiano]

Analisi dei distrattori

.	A	B	C	D(*)
0.04	0.05	0.15	0.24	0.52

Analisi classica dell'Item

ID	PBI	PBE	IDis	Ranking
0.52	0.56	0.50	0.65	11

15. Due sacchetti contengono ciascuno i numeri 1,2,3,4,5. Si estrae un numero da ciascun sacchetto. Qual è la probabilità che i due numeri siano entrambi dispari?

- A $\frac{6}{25}$
 B $\frac{3}{5}$
 C $\frac{4}{5}$
 D $\frac{9}{25}$ [*]

Argomento: Probabilità e combinatoria

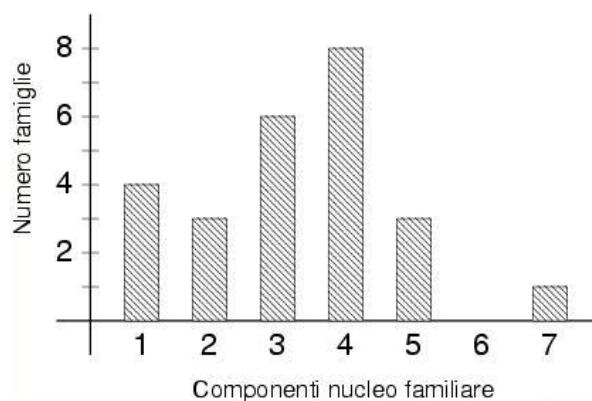
Analisi dei distrattori

.	A	B	C	D(*)
0.03	0.16	0.29	0.05	0.47

Analisi classica dell'Item

ID	PBI	PBE	IDis	Ranking
0.47	0.50	0.42	0.56	10

16. In un'intervista è stato chiesto a 25 adulti di indicare il numero di componenti del proprio nucleo familiare. I dati raccolti sono rappresentati nell'istogramma in figura.



Qual è la percentuale di famiglie composte da almeno quattro persone?

- A 64%
 B 52%
 C 48% [*]
 D 32%

Argomento: LDRPM [Rappresentazione grafica di dati]

Analisi dei distrattori

.	A	B	C(*)	D
0.03	0.16	0.08	0.36	0.38

Analisi classica dell'Item

ID	PBI	PBE	IDis	Ranking
0.36	0.42	0.34	0.43	5

17. Tre amici hanno contribuito alle spese di un viaggio in questo modo: Chiara ha speso 350 euro, Sonia 300 euro e Luciano 550 euro. Affinché il costo del viaggio sia distribuito equamente tra i tre, quanti soldi Chiara e Sonia devono dare a Luciano?

- A Chiara 50 euro, Sonia 100 euro [*]
- B Chiara 200 euro, Sonia 250 euro
- C Chiara 100 euro, Sonia 125 euro
- D Chiara 25 euro, Sonia 75 euro

Argomento: LDRPM [Problemi]

Analisi dei distrattori

.	A(*)	B	C	D
0.01	0.79	0.16	0.02	0.02

Analisi classica dell'Item

ID	PBI	PBE	IDis	Ranking
0.79	0.44	0.37	0.40	24

18. Due grandezze F ed R sono legate dalla relazione $F = \frac{2}{R^2}$. Se F triplica, allora R diventa
- A $\frac{2}{3}$ del valore iniziale
 - B $\frac{1}{\sqrt{3}}$ del valore iniziale [*]
 - C $\frac{1}{3}$ del valore iniziale
 - D $\frac{1}{9}$ del valore iniziale

Argomento: LDRPM [Linguaggio naturale e formalizzazione algebrica]

Analisi dei distrattori

.	A	B(*)	C	D
0.04	0.20	0.29	0.28	0.19

Analisi classica dell'Item

ID	PBI	PBE	IDis	Ranking
0.29	0.48	0.41	0.46	1

19. Una ditta di elettrodomestici ha venduto in un anno 2000 forni a microonde di un certo modello, al prezzo di 100 euro l'uno. È stato stimato che, se nell'anno successivo il prezzo di vendita di quel modello aumenterà di x euro, allora il numero di forni venduti in un anno diminuirà di $30x$. Quale delle seguenti funzioni $I(x)$ descrive l'incasso annuo della ditta al variare dell'aumento x ?
- A $I(x) = 100 \cdot (2000 - 30x)$
 - B $I(x) = (2000 + 30x) \cdot (100 + x)$
 - C $I(x) = (100 + x) \cdot (2000 - 30x)$ [*]
 - D $I(x) = (2000 - 30x) \cdot 100x$

Argomento: LDRPM [Modellizzazione algebrica]

Analisi dei distrattori

.	A	B	C(*)	D
0.02	0.07	0.04	0.77	0.10

Analisi classica dell'Item

ID	PBI	PBE	IDis	Ranking
0.77	0.39	0.32	0.36	23

20. Si consideri la frase:

In un dato campione di pazienti, chi ha fatto uso di droghe pesanti ha utilizzato anche droghe leggere.

Quale delle seguenti affermazioni relative ai pazienti del campione si può dedurre da essa?

- A Chi ha fatto uso di droghe leggere ha utilizzato anche droghe pesanti
- B Chi non ha fatto uso di droghe leggere non ha utilizzato droghe pesanti [*]
- C Chi non ha fatto uso di droghe pesanti non ha utilizzato droghe leggere
- D Chi non ha fatto uso di droghe leggere ha utilizzato droghe pesanti

Argomento LDRPM [Deduzione logica]

Analisi dei distrattori

.	A	B(*)	C	D
0.01	0.22	0.57	0.16	0.04

Analisi classica dell'Item

ID	PBI	PBE	IDis	Ranking
0.57	0.43	0.35	0.48	14

21. L'intersezione di due insiemi ha almeno 6 elementi (cioè esistono almeno 6 elementi comuni ai due insiemi). Se ciascuno dei due insiemi ha 10 elementi, allora la loro unione ha

- A almeno 14 elementi
- B al minimo 16 elementi
- C esattamente 16 elementi
- D al più 14 elementi [*]

Argomento: LDRPM [Modellizzazione con il linguaggio degli insiemi]

Analisi dei distrattori

.	A	B	C	D(*)
0.02	0.42	0.13	0.07	0.35

Analisi classica dell'Item

ID	PBI	PBE	IDis	Ranking
0.35	0.47	0.39	0.48	3

22. Tre amici, Antonio, Bruno e Corrado, sono incerti se andare al cinema. Si sa che:

- se Corrado va al cinema, allora ci va anche Antonio;
- condizione necessaria perché Antonio vada al cinema è che ci vada Bruno.

Il giorno successivo possiamo affermare con certezza che:

- A se Corrado è andato al cinema, allora ci è andato anche Bruno [*]
- B nessuno dei tre amici è andato al cinema
- C se Bruno è andato al cinema, allora ci è andato anche Corrado
- D se Corrado non è andato al cinema, allora non ci è andato nemmeno Bruno

Argomento: LDRPM [Deduzione logica]

Analisi dei distrattori

.	A(*)	B	C	D
0.02	0.35	0.26	0.26	0.10

Analisi classica dell'Item

ID	PBI	PBE	IDis	Ranking
0.35	0.33	0.35	0.33	4

23. In una classe ci sono 8 tifosi di calcio, che si dividono fra solo due squadre, l'Inter e la Roma, ciascuna con almeno un tifoso. Due studenti affermano che:

- *L'Inter ha 3 tifosi*
- *La Roma ha 3 tifosi più dell'Inter*

Sapendo che una delle precedenti affermazioni è vera e l'altra è falsa, si può concludere che il numero dei tifosi della Roma è

- A 3
B 4
C 5 [*]
D 6

Argomento: LDRPM [Problema]

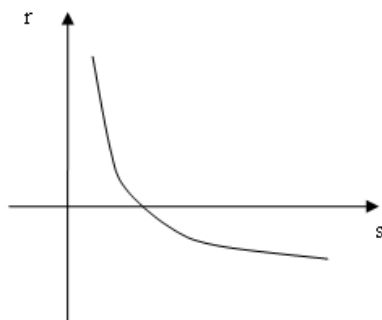
Analisi dei distrattori

.	A	B	C(*)	D
0.01	0.03	0.07	0.81	0.07

Analisi classica dell'Item

ID	PBI	PBE	IDis	Ranking
0.81	0.36	0.29	0.32	25

24. Il grafico in figura rappresenta la relazione tra le variabili r e s .



Quale delle seguenti informazioni si può dedurre dal grafico?

- A se r diminuisce allora s diminuisce
B se r aumenta allora s aumenta
C se r aumenta allora s diminuisce [*]

D nessuna delle altre risposte

Argomento: LDRPM [Interpretazione di un grafico]

Analisi dei distrattori

.	A	B	C(*)	D
0.01	0.05	0.10	0.70	0.13

Analisi classica dell'Item

ID	PBI	PBE	IDis	Ranking
0.70	0.41	0.34	0.43	21

25. Si vuole riempire completamente un parallelepipedo a base quadrata di lato 30 cm ed altezza 50 cm con dei cubi indeformabili uguali. Qual è il minimo numero di tali cubetti?

A 15

B 45 [*]

C 75

D 150

Argomento: LDRPM [Problema]

Analisi dei distrattori

.	A	B(*)	C	D
0.07	0.19	0.37	0.13	0.24

Analisi classica dell'Item

ID	PBI	PBE	IDis	Ranking
0.37	0.46	0.38	0.48	6